FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMM
Center for Mathematical Modeling

cmm.uchile.cl
Beauchef 851, edificio norte, Piso 7
Santiago, Chile
CP 837 0456
Tel. +56-2 2978 4870

SEMINARIOS LECTURA PAPERS COVID19

Expositor: Emilio Molina, estudiante de doctorado de UCH y de U. Paris Sorbonne, Francia

Título: "Problemas de control óptimo para estudiar quarentenas óptimas considerando impacto economico de estas"

Miércoles o6 de mayo de abril a las 15:30 hrs. Modaliada Vía Online.
URL: https://uchile.zoom.us/j/82536907920

CONICYT Ministerio de Educación Gobierno de Chile
cnrs

A Simple Planning Problem for COVID-19 Lockdown

Fernando E. Alvarez David Argente Francesco Lippi

Emilio Molina Olivares

06 de Mayo del 2020

Introducción

- Modelo de control óptimo con dinámica tipo SIR.

Introducción

- Modelo de control óptimo con dinámica tipo SIR.
- Enfoque en la resolución numérica del problema.

Introducción

- Modelo de control óptimo con dinámica tipo SIR.
- Enfoque en la resolución numérica del problema.
- Trata de dar estimaciones de cuanto le puede costar a un planificador central la epidemia y la implementación de cada política de control.

Modelo

En el paper se plantea un modelo SIR, con muertes solo asociadas al virus, y bajo un control $L(t) \in [0, \bar{L}]$, $\bar{L} < 1$ que representa el porcentaje de Lockdown.

$$\begin{aligned}
\dot{S}(t) &= -\beta \left[S(t)(1-\theta L(t))\right]\left[I(t)(1-\theta L(t))\right] \\
\dot{I}(t) &= \beta \left[S(t)(1-\theta L(t))\right]\left[I(t)(1-\theta L(t))\right] - \gamma I(t) \\
-\dot{N}(t) &= D(t) = \phi(I(t))I(t)
\end{aligned}$$

con $N(t) = S(t) + I(t) + R(t), \; N(0) = 1$

Modelo

En el paper se plantea un modelo SIR, con muertes solo asociadas al virus, y bajo un control $L(t) \in [0, \bar{L}]$, $\bar{L} < 1$ que representa el porcentaje de Lockdown.

$$\begin{aligned}
\dot{S}(t) &= -\beta\,[S(t)(1-\theta L(t))]\,[I(t)(1-\theta L(t))] \\
\dot{I}(t) &= \beta\,[S(t)(1-\theta L(t))]\,[I(t)(1-\theta L(t))] - \gamma I(t) \\
-\dot{N}(t) &= D(t) = \phi(I(t))I(t)
\end{aligned}$$

con $N(t) = S(t) + I(t) + R(t),\ N(0) = 1$, y el funcional a **maximizar** es:

$$\int_0^{+\infty} e^{-(r+v)t}\left((N(t) - [S(t)+I(t)]L(t))w + \dot{N}(t)\chi + \frac{v}{r}N(t)w\right) dt$$

Parámetros del modelo

- θ efectividad del Lockdown
- r factor de descuento del planificador
- v probabilidad por unidad de tiempo de encontrar una cura y una vacuna.
- w producción individual de cada agente vivo cuando no está en Lockdown.
- χ costo extra, en unidad de producción, de muerte por el virus.
- La tasa de muerte de los infectados $0 < \phi(I) \leq \gamma$ se asume de la forma $\phi(I) = \varphi + \kappa I$

Hipótesis del modelo

- El lockdown podría no implementarse de manera total, por esto hay una cota $\bar{L}$
- El lockdown podría no ser completamente efectivo, por eso el parámetro θ. No hay mucha evidencia para estimarlo.
- Los recuperados se asumen inmune.
- El modelo está normalizado al tomar $N(0) = 1$
- Los agentes infectados pero sin lockdown, aún pueden producir. (Se mejora identificando en el modelo a los sintomáticos)
- La gente en lockdonw no produce.
- Las personas mueren unicamente por el virus.

Reducción a 2 variables

El problema anterior se puede reducir a un problema equivalente que consiste en **minimizar** el siguiente funcional:

$$\int_0^{+\infty} e^{-(r+v)t}\left(L(t)w(\tau[S(t)+I(t)]+1-\tau)+\phi(I(t))I(t)\left(\chi+\frac{w}{r}\right)\right)dt$$

donde el parámetro τ se define como

$$\tau=\begin{cases}1 & \text{si es posible identificar a todos los recuperados}\\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$$

Reducción a 2 variables

El problema anterior se puede reducir a un problema equivalente que consiste en **minimizar** el siguiente funcional:

$$\int_0^{+\infty} e^{-(r+v)t} \left(L(t)w(\tau[S(t)+I(t)]+1-\tau) + \phi(I(t))I(t) \left(\chi + \frac{w}{r} \right) \right) dt$$

donde el parámetro τ se define como

$$\tau = \begin{cases} 1 & \text{si es posible identificar a todos los recuperados} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Este problema lo resuelven con metodos globales (HJB y programación dinámica)

Table 1: Parameter Values for Benchmark Case

Parameter	Value	Definition/Reason
β	0.20	Daily increase of active cases if unchecked
γ	1/18	Daily rate of infected recovery (includes those that die).
φ	$0.01 \times \gamma$	IFR: fatality per active case (per day).
κ	$0.05 \times \gamma$	Implies a 3 percent fatality rate with 40 percent infected.
r	0.05	Annual interest rate 5 percent.
ν	0.667	Prob rate vaccine + cure (exp. duration 1.5 years)
$\bar{L}$	0.70	1 - GPD share health, retail, government, utilities, and food mfg.
θ	0.50	Effectiveness of lockdown
χ	0	Value of Statistical Life $20 \times$ w (i.e. $v.s.l \approx \$1.3M$)

Figure: Datos para el caso resuelto

Figure 1: Benchmark Case (medium effectiveness $\theta = 0.5$)

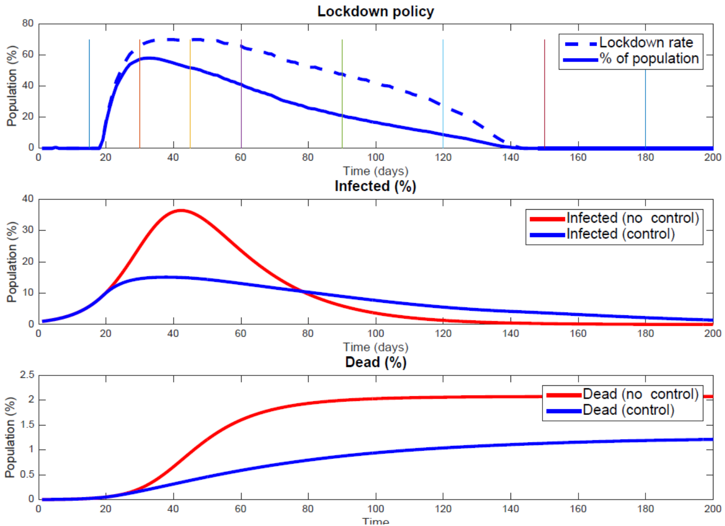

Figure: Solución caso base

Table 2: Welfare Losses $\left(\frac{rV(S,I)}{w}\right)$ with Optimal Policy vs. without Intervention

Case	Parameters	Welfare Loss w/Policy	Output Loss w/Policy	Welfare Loss No Policy
		Benchmark Case		
Low effectiveness	θ=0.3	1.7 %	0.3 %	1.9%
Medium effectiveness	θ=0.5	1.5 %	0.4 %	1.9%
High effectiveness	θ =0.7	1.4 %	0.5%	1.9 %
		Alternative Values of Statistical Life, different χ		
$v.s.l$ = 10× GDP per capita	$\chi = -\frac{1}{2}\frac{w}{r}$	0.9 %	0.2 %	0.9 %
$v.s.l$ = 30× GDP per capita	$\chi = \frac{1}{2}\frac{w}{r}$	2.0 %	0.6 %	2.8 %
$v.s.l$ = 80× GDP per capita	$\chi = 3\frac{w}{r}$	3.7 %	1.6 %	7.5 %
$v.s.l$ = 140× GDP per capita	$\chi = 6\frac{w}{r}$	5.7 %	1.0 %	13.2 %

Figure: Variación de ciertos parámetros parte 1

Table 2: Welfare Losses $\left(\frac{rV(S,I)}{w}\right)$ with Optimal Policy vs. without Intervention

Constant fatality rate κ=*0*				
Low effectiveness	θ=0.3	0.9 %	0.0 %	0.9 %
Medium effectiveness	θ=0.5	0.9 %	0.0 %	0.9 %
High effectiveness	θ=0.7	0.9 %	0.0 %	0.9 %
No testing of the recovered $\tau = 0$				
$v.s.l = 10\times$ GDP per capita	$\chi = -\frac{1}{2}\frac{w}{r}$	0.9 %	0.1 %	0.9 %
$v.s.l = 20\times$ GDP per capita	$\chi = 0$	1.6 %	0.4 %	1.9 %
$v.s.l = 30\times$ GDP per capita	$\chi = \frac{1}{2}\frac{w}{r}$	2.2 %	0.6 %	2.8 %
$v.s.l = 80\times$ GDP per capita	$\chi = 3\frac{w}{r}$	4.5 %	2.5 %	7.5 %
$v.s.l = 140\times$ GDP per capita	$\chi = 6\frac{w}{r}$	6.2 %	2.7 %	13.2 %

Figure: Variación de ciertos parámetros parte 2

Conclusiones de simulaciones

- En el caso base, la cuarentena dura 4 meses con un peak del 60% de la población confinada.

Conclusiones de simulaciones

- En el caso base, la cuarentena dura 4 meses con un peak del 60% de la población confinada.
- En el caso base, las perdidas con la medida óptima corresponde a un 28% de PIB anual, donde el 8% es debido al Lockdown. En caso de no hacer Lockdown, las perdidas son del 38% de un PIB anual.

Conclusiones de simulaciones

- En el caso base, la cuarentena dura 4 meses con un peak del 60% de la población confinada.
- En el caso base, las perdidas con la medida óptima corresponde a un 28% de PIB anual, donde el 8% es debido al Lockdown. En caso de no hacer Lockdown, las perdidas son del 38% de un PIB anual.
- Si la efectividad del confinamiento es mayor, entonces mayor es el tiempo y el rigor de la cuarentena.

Conclusiones de simulaciones

- En el caso base, la cuarentena dura 4 meses con un peak del 60% de la población confinada.
- En el caso base, las perdidas con la medida óptima corresponde a un 28% de PIB anual, donde el 8% es debido al Lockdown. En caso de no hacer Lockdown, las perdidas son del 38% de un PIB anual.
- Si la efectividad del confinamiento es mayor, entonces mayor es el tiempo y el rigor de la cuarentena.
- Si la tada de letalidad es contaste, el Lockdown óptimo es prácticamente cero.

Conclusiones de simulaciones

- En el caso base, la cuarentena dura 4 meses con un peak del 60% de la población confinada.
- En el caso base, las perdidas con la medida óptima corresponde a un 28% de PIB anual, donde el 8% es debido al Lockdown. En caso de no hacer Lockdown, las perdidas son del 38% de un PIB anual.
- Si la efectividad del confinamiento es mayor, entonces mayor es el tiempo y el rigor de la cuarentena.
- Si la tada de letalidad es contaste, el Lockdown óptimo es prácticamente cero.
- Si la tasa de letalidad inicial es menor, menor es el tiempo y rigor de la cuarentena.

Conclusiones de simulaciones

- En el caso base, la cuarentena dura 4 meses con un peak del 60% de la población confinada.
- En el caso base, las perdidas con la medida óptima corresponde a un 28% de PIB anual, donde el 8% es debido al Lockdown. En caso de no hacer Lockdown, las perdidas son del 38% de un PIB anual.
- Si la efectividad del confinamiento es mayor, entonces mayor es el tiempo y el rigor de la cuarentena.
- Si la tada de letalidad es contaste, el Lockdown óptimo es prácticamente cero.
- Si la tasa de letalidad inicial es menor, menor es el tiempo y rigor de la cuarentena.
- A mayor tasa de reproducción del virus, mayor duración y rigor de la cuarentena.

Conclusiones de simulaciones

- En el caso base, la cuarentena dura 4 meses con un peak del 60% de la población confinada.
- En el caso base, las perdidas con la medida óptima corresponde a un 28% de PIB anual, donde el 8% es debido al Lockdown. En caso de no hacer Lockdown, las perdidas son del 38% de un PIB anual.
- Si la efectividad del confinamiento es mayor, entonces mayor es el tiempo y el rigor de la cuarentena.
- Si la tada de letalidad es contaste, el Lockdown óptimo es prácticamente cero.
- Si la tasa de letalidad inicial es menor, menor es el tiempo y rigor de la cuarentena.
- A mayor tasa de reproducción del virus, mayor duración y rigor de la cuarentena.
- A menos valor social de la vida, menor duración y rigor de la cuarentena.

Fin 1